

THIẾT KẾ HOẠT ĐỘNG MÔ HÌNH HÓA TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN

Nguyễn Danh Nam

Phòng Đào tạo, Trường Đại học Sư phạm, Đại học Thái Nguyên

Tóm tắt. Bài báo trình bày phương pháp thiết kế hoạt động mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông. Nghiên cứu chỉ ra những tình huống mô hình hóa mà giáo viên có thể khai thác giúp học sinh vận dụng tri thức toán học trong giải quyết các vấn đề thực tiễn. Từ đó, giáo viên có thể xây dựng hệ thống bài tập mô hình hóa theo các mức độ khác nhau nhằm tạo niềm tin cho học sinh khi giải các bài tập có dạng “mở”. Kết quả nghiên cứu đã khẳng định vai trò và tính hiệu quả của hoạt động mô hình hóa trong việc phát triển năng lực sử dụng tư tưởng của toán học vào cuộc sống và góp phần đưa toán học ra khỏi phạm vi lớp học trong nhà trường.

Từ khóa: Mô hình hóa, hoạt động mô hình hóa, bài tập mô hình hóa.

1. Mở đầu

Mô hình hóa toán học trong giáo dục chính thức xuất hiện đầu tiên tại hội nghị của Freudental năm 1968. Nhưng một dấu mốc quan trọng của việc giới thiệu mô hình hóa vào nhà trường là nghiên cứu của Pollak năm 1979. Theo ông, giáo dục toán học phải có nhiệm vụ dạy cho học sinh cách sử dụng toán trong cuộc sống hàng ngày [1]. Vì thế, hội nghị quốc tế về dạy học mô hình hóa toán học và áp dụng (ICTMA) được tổ chức hai năm một lần với mục đích thúc đẩy khả năng vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông. Mô hình hóa giúp rèn luyện cho học sinh những kỹ năng toán học cần thiết, kỹ năng giải quyết vấn đề, kỹ năng hợp tác và nghiên cứu, phát triển tư duy lô-gíc và nhận thức ở mức độ cao [10]. Hoạt động này giúp tăng cường sự gắn kết giữa không gian lớp học với các vấn đề của thế giới bên ngoài, từ đó giúp học sinh thấy được vẻ đẹp, cấu trúc và ứng dụng của toán học trong thực tiễn [15]. Từ đó giúp học sinh hiểu sâu và nắm chắc kiến thức toán học trong nhà trường.

Phương pháp mô hình hóa thường được sử dụng để giải quyết lớp các bài toán có lời văn ở bậc tiểu học. Mô hình thường được biểu diễn dưới dạng biểu tượng như hình chữ nhật, hình thang, hình tròn, đồ vật, hình ảnh,... Nó diễn tả các khái niệm toán học và mối quan hệ giữa các khái niệm đó có thể là đồ vật, bức tranh hay hình vẽ cụ thể giống như việc sử dụng các khối hình chữ nhật để biểu diễn các phân số bằng nhau [13]. Tuy nhiên, quá trình mô hình hóa không thể hiện một cách rõ ràng ở bậc tiểu học. Đối với bậc trung học, học sinh tiếp cận với khối lượng tri thức lớn hơn, các chủ đề rộng hơn. Bài tập toán học thường được chia thành ba dạng: sử dụng mối quan hệ trong nội bộ môn toán, giải quyết các vấn đề thực tiễn dưới dạng các vấn đề toán học thuần túy và giải quyết các vấn đề thực tiễn dưới dạng các bài toán “mở”. Học sinh cần phải linh hoạt trong

Ngày nhận bài: 15/7/2015 Ngày nhận đăng: 01/9/2015
Liên hệ: Nguyễn Danh Nam, e-mail: danhnam.nguyen@dhsptn.edu.vn

việc giải hai dạng bài toán đầu tiên, đó là bài toán ứng dụng toán học. Từ đó, chuẩn bị cho việc tiếp cận dạng bài toán thứ ba là giải toán thực tế thông qua mô phỏng và mô hình hóa toán học. Quá trình mô hình hóa đòi hỏi hoạt động hợp tác theo nhóm và thảo luận để có thể tập hợp, liên kết các ý tưởng, lập luận của thành viên trong nhóm [11].

Qua nghiên cứu thực tế, chúng tôi nhận thấy đa số học sinh gặp khó khăn nhiều hơn khi giải quyết một tình huống thực tế so với một tình huống toán học hóa. Hầu hết các bài tập có nội dung thực tiễn trong sách giáo khoa mới chỉ dừng ở mức độ “tình huống mô hình toán”. Vì vậy, khi học sinh chưa được làm quen với quá trình mô hình hóa toán học thì quá trình toán học hóa là một lựa chọn giúp học sinh hình thành các năng lực cần thiết để từng bước sử dụng tri thức toán học vào các tình huống nảy sinh trong cuộc sống.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Dạy học bằng mô hình hóa

Để nâng cao năng lực hiểu biết toán học (mathematical literacy) cho học sinh, cần khuyến khích giáo viên dạy cho học sinh cách thức xây dựng mô hình toán học để trả lời cho những câu hỏi, vấn đề nảy sinh từ thực tiễn. Đối với học sinh, việc xây dựng được một mô hình mới giúp các em củng cố và vận dụng các khái niệm toán học đã biết. Vì vậy, trong dạy học toán, giáo viên có thể tổ chức hình thành tri thức cho học sinh theo hai tiến trình sau đây: (1) Trình bày tri thức toán học (dạng lí thuyết hoặc mô hình toán có sẵn), sau đó hướng dẫn học sinh vận dụng tri thức toán học đó; (2) Xuất phát từ một vấn đề thực tiễn, xây dựng mô hình toán học, đổi chiều lại vấn đề thực tiễn, thể chế hóa tri thức toán học cần truyền thụ cho học sinh và vận dụng vào giải bài toán ở những ngữ cảnh khác nhau. Với tiến trình dạy học thứ nhất, giáo viên có thể tiết kiệm được thời gian nhưng lại làm mất đi nguồn gốc thực tiễn của các tri thức toán học và vai trò động cơ của các bài toán thực tiễn và do đó cũng làm mất ý nghĩa của tri thức. Với tiến trình dạy học thứ hai, bản chất là dạy học bằng mô hình hóa, cho phép khắc phục hạn chế của tiến trình thứ nhất, trong đó tri thức toán học sẽ được hình thành qua hoạt động khám phá vấn đề thực tiễn với tư cách là kết quả hay phương tiện để giải quyết vấn đề. Như vậy, dạy học bằng mô hình hóa hay phương pháp mô hình hóa là một con đường hiệu quả để nâng cao năng lực hiểu biết toán học và năng lực vận dụng toán học trong thực tiễn cho học sinh [8, 14, 15].

Nhìn chung, mô hình hóa cho phép học sinh kết nối tri thức toán học ở nhà trường với thế giới thực, chỉ ra khả năng áp dụng các ý tưởng toán học, đồng thời cung cấp một bức tranh rộng hơn, phong phú hơn về toán học, giúp việc học toán trở nên có ý nghĩa hơn. Do đó, khái niệm mô hình hóa trong dạy học toán thường được sử dụng với hai mục đích cơ bản sau đây:

- Mô hình hóa để học toán: Mô hình hóa là một phương tiện hỗ trợ việc học các ý tưởng và khái niệm toán học của học sinh, ví dụ như tạo động cơ, củng cố và vận dụng khái niệm. Mô hình hóa cũng giúp minh họa những đối tượng toán học trừu tượng, phức tạp và liên hệ với kiến thức của các môn học khác.

- Học toán để mô hình hóa: Mô hình hóa là một mục đích của việc học toán, qua đó bồi dưỡng cho học sinh năng lực giải quyết vấn đề, năng lực tư duy phê phán, năng lực sử dụng công cụ và ngôn ngữ toán học để mô tả tình huống trong những ngữ cảnh khác nhau của thực tiễn.

Vì vậy, dạy học bằng mô hình hóa trong lớp học sẽ giúp học sinh: (1) Phát triển khả năng áp dụng toán vào những vấn đề thực tế; (2) Đưa toán học ra khỏi phạm vi lớp học; (3) Sử dụng ngữ cảnh thực tế là một thành phần then chốt trong quá trình mô hình hóa; (4) Thực hiện chuyển đổi từ môi trường thực tế sang môi trường toán và ngược lại. Từ đó, có thể nói phương pháp mô hình

hóa là phương tiện giúp giáo viên truyền đạt tri thức toán học một cách tích cực, tạo động cơ học tập và học tập có ý nghĩa, tăng cường tính liên môn và tính ứng dụng của toán học trong dạy học toán ở trường phổ thông [3, 9].

2.2. Hoạt động mô hình hóa

Một số nghiên cứu gần đây đặt ra nhiều câu hỏi nghiên cứu liên quan đến việc vận dụng mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông: Làm thế nào để thiết kế các hoạt động mô hình hóa có ý nghĩa đối với học sinh? [7, 9]. Thiết kế các hoạt động mô hình hóa như thế nào? Những khó khăn trong việc thực hiện các giai đoạn khác nhau của quá trình mô hình hóa là gì? Cấu trúc nhận thức liên quan đến năng lực mô hình hóa và những kĩ năng nhận thức nào liên quan đến giai đoạn nào của quá trình mô hình hóa? [5].

Hoạt động mô hình hóa có đặc điểm là yêu cầu học sinh toán học hóa các tình huống, thường là các tình huống thực tiễn. Toán học hóa là thành phần quan trọng của bài toán mô hình hóa vì nó dựa trên các ý tưởng toán học quan trọng giúp học sinh có thể đào sâu và phát triển sự thông hiểu toán học. Đây là quá trình chuyển đổi một vấn đề thực tế sang một vấn đề toán học bằng cách thiết lập các mô hình toán học, thể hiện và đánh giá lời giải trong tình huống thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận. Mô hình hóa sẽ giúp giáo viên thiết lập các hoạt động nhóm mới trong lớp học nhằm tạo ra sự xung đột về kiến thức và thúc đẩy quá trình hợp tác. Hoạt động mô hình hóa tạo cơ hội cho học sinh hiểu được tình huống thực tiễn theo nhiều cách khác nhau để từ đó chia sẻ kế hoạch, xây dựng mô hình, tranh luận về những ưu nhược điểm của mô hình, đưa ra quyết định và công bố kết quả [14]. Vì thế, giáo viên cần lựa chọn các tình huống thực tiễn đòi hỏi việc thu thập các số liệu, hình ảnh hay hiện tượng tự nhiên – xã hội.

Theo Nguyễn Thị Tân An, để giải quyết một tình huống mô hình hóa, học sinh sẽ trải qua ba giai đoạn của một tình huống được đặt trong ngữ cảnh thực tế từ phức tạp đến đơn giản [1]:

- Tình huống thực tế: Là tình huống xuất phát từ thế giới bên ngoài toán học, không có các đối tượng, kí hiệu và cấu trúc toán học. Trong tình huống này, thông tin có thể không đầy đủ, dữ liệu có thể quá nhiều hoặc quá ít, yêu cầu đặt ra thường không rõ ràng dẫn đến có nhiều phương án để giải quyết vấn đề.

- Tình huống toán học hóa (ứng với mô hình thực tế): Là tình huống vẫn chứa đựng những yếu tố quan trọng của tình huống thực tế ban đầu, nhưng đã được đơn giản hóa, lí tưởng hóa, đặc biệt hóa, thêm các điều kiện, giả thiết phù hợp, hạn chế những yếu tố không cần thiết cho phép học sinh có thể sử dụng công cụ toán học đã được học để giải quyết vấn đề. Giáo viên có thể xây dựng được nhiều tình huống toán học hóa khác nhau của cùng một tình huống thực tế.

- Tình huống mô hình hóa (ứng với mô hình toán học): Là tình huống bao gồm các đối tượng toán học và mối quan hệ giữa các đối tượng đó ứng với các yếu tố cơ bản và mối quan hệ của chúng trong tình huống thực tế.

Như vậy, ở mức độ phức tạp của các tình huống đặt trong ngữ cảnh thực tế sẽ tăng dần từ tình huống mô hình hóa đến tình huống toán học hóa và tình huống thực tế. Hiện nay các bài tập trong sách giáo khoa môn Toán phổ thông chủ yếu là “tình huống không đặt trong ngữ cảnh thực tế” và “tình huống mô hình hóa”. Vì thế, nếu đưa quá trình mô hình hóa vào dạy học, bắt đầu với một tình huống thực tế sẽ là khó khăn đối với học sinh [1, 2, 9]. Do đó, trong dạy học toán, giáo viên có thể thiết kế các hoạt động mô hình hóa như sau:

- Xuất phát từ một tình huống thực tế để thiết kế hoạt động. Tình huống này phải phù hợp với đối tượng học sinh và chứa đựng tri thức toán học mà các em đã được học.

- Xác định danh mục những kiến thức, kĩ năng toán học mà học sinh cần có để xây dựng

mô hình toán học và giải bài toán bằng công cụ toán học.

- Tạo mối liên kết giữa tình huống thực tế và toán học: Làm cho tình huống rõ ràng hơn (lí tưởng hóa, đơn giản hóa, đặc biệt hóa); Đưa ra các giả thiết phù hợp; Xác định các biến số trong tình huống; Thu thập thêm dữ liệu thực tế cho tình huống; Mô tả chi tiết tình huống mô hình hóa.

Bảng dưới đây mô tả một số chủ đề gắn với tình huống mô hình hóa trong dạy học môn Toán:

Bảng 1. Một số chủ đề gắn với tình huống mô hình hóa

Chủ đề	Tình huống	Tri thức toán học
Hàm số bậc nhất	- Mô hình về giá cả, doanh thu và lợi nhuận. - Bài toán thuê hay mua xe ô tô (nhà chung cư)? - Bài toán tính số lượng người được mời cho sự kiện, số vé cần in, số xe ô tô trong vài năm tới.	- Hàm số bậc nhất biểu diễn bằng bảng và đồ thị. - Hệ phương trình bậc nhất một ẩn. - Hồi quy liên quan đến cấp số cộng.
Hàm số mũ	- Tốc độ gia tăng dân số (người, động vật, vi khuẩn, bệnh tật) hoặc tiền tệ (lợi nhuận kép). - Ngữ cảnh liên quan đến sự giảm dân số như chu kì bán rã, sự giảm giá của tiền tệ, lọc chất thải từ nước hay không khí.	- Hàm số mũ biểu diễn dưới dạng bảng và đồ thị. - Phương trình mũ. - Hồi quy liên quan đến cấp số nhân. - Hàm số lôgarit.
Hàm số bậc hai	- Quĩ đạo ném bóng, đài phun nước, chuyển động phóng ra, quỹ đạo vệ tinh, đèn pha rọi, hoạt động của thiết bị nghe lén, bếp năng lượng mặt trời. - Ngữ cảnh liên quan đến định lí Pitago và tính khoảng cách, tổng của chuỗi số, diện tích, giá cả, lợi nhuận.	- Hàm số bậc hai, phương trình bậc hai. - Định lí Pitago. - Phương trình chứa tham số liên quan đến thời gian, địa điểm trong không gian 2 và 3 chiều.
Xác suất	- Xác định giá để kiểm nghiệm mẫu thuốc, kiểm tra mẫu máu. - Tổ hợp gen, kiểm tra dấu vân tay và thử ADN. - Bài toán xổ số, lô tô, đánh bạc.	- Xác suất. - Giá trị kì vọng.
Lượng giác	- Xác định chiều cao tòa nhà, dãy núi sử dụng thiết bị đo góc. - Bài toán liên quan đến máy bay, đu quay, bãi đỗ xe, vận tải biển.	- Hệ thức lượng trong tam giác (tam giác vuông). - Tỉ số lượng giác và định lí hàm số sin, cosin.
Diện tích và thể tích	- Tối ưu hóa thể tích với diện tích bề mặt nhỏ nhất. - Pít-tông và sự dịch chuyển trong máy, sự đốt cháy.	- Hình lăng trụ, hình nón, hình trụ, hình cầu. - Hệ số tỉ lệ (tỉ số độ dài, diện tích, thể tích).

Từ các tình huống mô hình hóa, giáo viên tiếp tục chuyển thành các bài tập mô hình hóa bằng cách mô tả rõ yêu cầu của bài toán, xây dựng hệ thống câu hỏi và nhiệm vụ cụ thể tùy theo hoạt động cá nhân hay hoạt động nhóm, tổ chức hoạt động tại lớp hay ngoại khóa toán học.

2.3. Bài tập mô hình hóa

Vấn đề liên hệ toán học với thực tiễn trong chương trình sách giáo khoa trước đây cũng như sách chỉnh lí hợp nhất năm 2000 chưa được quan tâm một cách đúng mức và thường xuyên. Ngay cả các tài liệu tham khảo dành cho môn Toán cũng thường chỉ chú ý tập trung làm rõ những vấn đề, những bài toán trong nội bộ toán học. Số lượng các vấn đề lí thuyết, các ví dụ, bài tập toán trong sách giáo khoa có nội dung liên môn và liên hệ thực tiễn vẫn còn rất ít [2, 9]. Do vậy, giáo

viên cần tăng cường thiết kế các bài tập mô hình hóa từ những tình huống mô hình hóa trong toán học nhằm các mục đích sau đây:

- Rèn luyện cho học sinh kĩ năng phân tích và tổng hợp, trừu tượng hóa và tổng quát hóa, so sánh và tương tự, hệ thống hóa và đặc biệt hóa, suy diễn và quy nạp,... Qua đó, bồi dưỡng cho các em năng lực tư duy lôgic và tư duy phê phán.

- Rèn luyện khả năng sáng tạo, đó là việc tiếp cận kho tàng tri thức mới, sử dụng những phương pháp và kĩ thuật mới trong phân tích và giải quyết vấn đề.

- Nâng cao tinh thần hợp tác trong học tập, tăng cường tính độc lập và tự tin cho học sinh thông qua trao đổi, tranh luận trong nhóm.

- Tăng cường tính liên môn trong học tập các môn học khác như Địa lí, Hóa học, Sinh học, Lịch sử, Môi trường,...

Dưới đây là bảng so sánh bài tập mô hình hóa và bài tập toán thường gặp trong sách giáo khoa phổ thông Việt Nam:

Bảng 2. So sánh hai loại bài tập toán trong sách giáo khoa

TT	Bài tập mô hình hóa	Bài tập toán thường gặp
1	Có dạng không quen thuộc	Có dạng quen thuộc
2	Thường có nhiều đáp án	Chỉ có một câu trả lời đúng
3	Cần nhiều thời gian để giải	Thời gian giải thường ngắn hơn
4	Dữ liệu và yêu cầu phức tạp	Dữ liệu và yêu cầu rõ ràng, đơn giản
5	Thực hiện quá trình khám phá	Thực hiện theo hướng dẫn
6	Câu hỏi thường ở dạng “mở”	Câu hỏi thường ở dạng “đóng”
7	Quá trình giải theo chu kì	Quá trình giải thường tuyến tính

Một mô hình có thể đơn giản, như viết tổng số giá của sản phẩm với đơn vị và số lượng mua hoặc sử dụng hình hình học để mô tả các vật như hình nón. Mô hình khác có thể phức tạp hơn như mô tả quá trình, so sánh số nợ ngân hàng, nhu cầu xã hội,... Với sự hỗ trợ của máy tính điện tử, việc biểu diễn các mô hình này trở nên tương đối dễ dàng. Vì thế, giáo viên nên phát triển các loại bài tập gắn với hoạt động mô hình hóa như: các bài tập ở dạng điều tra số liệu, khảo sát thực tế các vấn đề nảy sinh tại địa phương, phân tích các tin tức trên báo chí, thu thập số liệu thông qua mạng internet, ... [9]. Qua thực tiễn nghiên cứu trên các nhóm học sinh, chúng tôi đưa ra các mức độ khác nhau của bài tập mô hình hóa như sau:

* **Mức độ 1:** Bài tập có yêu cầu tương đối rõ ràng, học sinh có thể hiểu những gì cần làm và làm như thế nào. Nó chứa những thông tin cần thiết để xây dựng mô hình. Học sinh có thể xác định rõ phương pháp sử dụng để giải quyết tình huống. Học sinh được kì vọng sẽ tìm kiếm những thông tin ẩn tàng trong bài toán, xác định phương pháp giải và thực hiện lời giải một cách chính xác. Không cần thiết phải tìm thêm số liệu để xây dựng mô hình.

Ví dụ 1. Một hãng taxi quy định giá thuê xe đi mỗi kilômét là 6 nghìn đồng đối với 10 km đầu tiên và 2,5 nghìn đồng đối với các kilômét tiếp theo. Một hành khách thuê taxi đi quãng đường x kilômét phải trả số tiền là y nghìn đồng. Khi đó, y là một hàm số của đối số x , xác định với mọi $x \geq 0$.

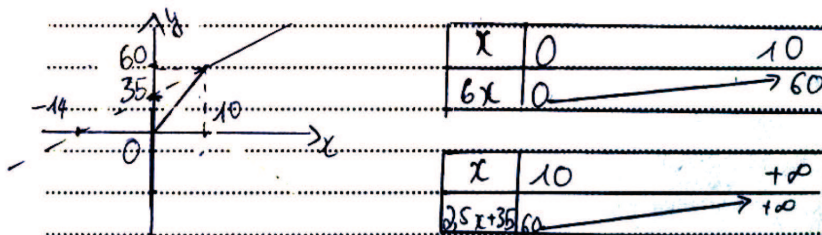
(a) Hãy biểu diễn y như một hàm số bậc nhất trên từng khoảng ứng với đoạn $[0; 10]$ và khoảng $(10; +\infty)$.

(b) Tính $f(8)$, $f(10)$ và $f(18)$.

(c) Vẽ đồ thị của hàm số $y = f(x)$, lập bảng biến thiên của nó và rút ra ý nghĩa thực tiễn của

bài toán.

Bài tập này mô tả tình huống mô hình hóa, học sinh phải tìm mối liên hệ giữa số tiền phải trả y nghìn đồng và quãng đường đi được x kilômét (biểu diễn y theo x). Sau đó thiết lập mô hình hàm số bậc nhất biểu diễn mối liên hệ trên. Cuối cùng học sinh phải vẽ đồ thị hàm số và dựa vào đồ thị hàm số nhận xét về ý nghĩa của tình huống trong thực tiễn. Đối với bài tập này, học sinh chủ yếu vận dụng các kỹ năng đại số để thiết lập hàm số và vẽ đồ thị hàm số. Kết quả thực nghiệm cho thấy, hơn 70% số học sinh hoàn thành tốt bài tập này. Điều đó chứng tỏ các em đã nắm được phương pháp lập hàm số bậc nhất, kỹ năng vẽ và đọc hiểu đồ thị hàm số bậc nhất tương đối tốt.

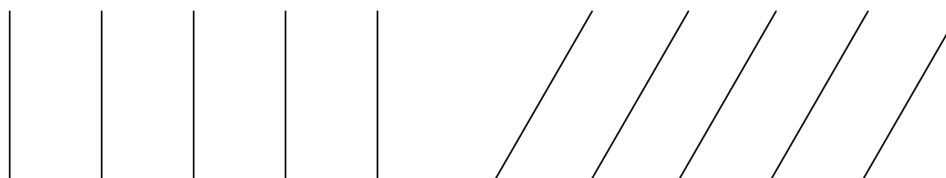


Hình 1. Học sinh vẽ đồ thị và bảng biến thiên của hàm số

Tuy nhiên, học sinh chỉ quen với việc giải các phương trình đại số mà không quen thực hành áp dụng chúng trong việc giải quyết các vấn đề thực tế hàng ngày bởi vì phần lớn các em thường không đối chiếu thực tiễn và rút ra bài học kinh nghiệm từ tình huống mô hình hóa này.

* **Mức độ 2:** Bài toán chưa rõ ràng về những gì cần làm và làm thế nào để giải nó. Bài toán không cung cấp đầy đủ thông tin cần thiết. Do đó, mặc dù có thể gợi ý về những dữ liệu cần đến nhưng học sinh phải nghĩ đến phương pháp thu thập số liệu và kiểm nghiệm chúng nếu những dữ liệu thu được có thể đưa ra được câu trả lời.

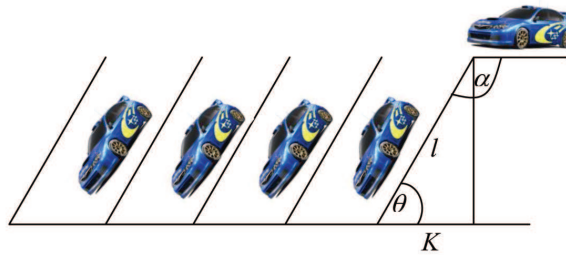
Ví dụ 2. Người ta thường sử dụng góc để thiết kế chỗ đỗ xe bởi vì hầu hết việc sắp xếp vị trí đỗ xe đều liên quan đến không gian đỗ. Các cách sắp xếp vị trí đỗ xe thường là đỗ vuông góc hoặc tạo thành một góc tù so với lề đường (xem Hình 2). Một ưu thế của góc tù là dễ quay lái hơn góc vuông, nhưng nếu sử dụng góc vuông thì không gian dành cho xe sẽ vừa vặn hơn. Hãy sử dụng lập luận toán học để đánh giá về nhận xét trên.



Hình 2. Hai cách thiết kế chỗ đỗ xe

Bài tập này mô tả tình huống toán học hóa, học sinh phải xác định thêm dữ liệu, lập giả thuyết và xây dựng mô hình cho bài toán. Nếu gọi chiều dài được tiết kiệm khi dùng cách đỗ xe thứ nhất (đỗ thẳng) là K thì ta có $K = -l \cos \alpha$ cho mỗi hàng, trong đó l là chiều dài xe đỗ, α là góc rẽ (xem Hình 3).

Thật vậy, khi chuyển sang cách đỗ thứ hai (đỗ chéo), ta cần một khoảng không gian cho chỗ đỗ ở vị trí cuối cùng và chiều dài đỗ bằng cạnh huyền của tam giác vuông. Khi đó ta tính được $\cos \theta = \frac{K}{l}$. Hơn nữa, hai góc θ và α bù nhau, nên ta có $\cos \theta = -\cos \alpha$. Thế vào phương trình $K = l \cos \theta$ ta được $K = -l \cos \alpha$.



Hình 3. Thiết kế kiểu dốc xe chéo

Đối chiếu với thực tế ta thấy nếu các đường thẳng dốc xe tạo với lề đường một góc 60° thì góc rẽ vào là 120° . Giả sử kích thước của một chỗ đỗ xe là 3×5 m. Nếu chuyển từ cách đỗ thứ nhất sang cách đỗ thứ hai thì mỗi hàng sẽ mất đi $K = -5\cos 120^\circ = 2,5$ m, điều đó có nghĩa là cần thêm khoảng không gian để thiết kế cho cách thứ hai.

Đối với bài tập ở mức độ này, ban đầu hầu hết các em học sinh đều lúng túng với phương pháp giải quyết vấn đề. Tuy nhiên, sau khi phân tích về chiều dài của không gian đỗ tiết kiệm được ở cách thiết kế thứ nhất thì các em đã biết sử dụng kiến thức về hệ thức lượng trong tam giác vuông để giải quyết. Kết quả tương tự như bài tập ở ví dụ 1, gần 90% số học sinh không có thói quen đối chiếu với thực tế để xác định xem không gian tiết kiệm được là bao nhiêu và việc thiết kế còn phụ thuộc vào hình dạng của bãi đỗ xe.

** Mức độ 3:* Bài toán ở cấp độ này bao gồm những thông tin mở, không đầy đủ hoặc chưa rõ ràng. Không có phương pháp hay gợi ý nào về cách giải quyết bài toán. Học sinh được mong đợi sẽ phân tích tình huống để giảm bớt những khó khăn và xác định chiến lược tìm kiếm câu trả lời cho bài toán. Bài toán ở cấp độ này thường xuất phát từ các tình huống thực tế và liên quan đến vấn đề mô hình hóa các cấu trúc toán học.

Ví dụ 3. Hãy tìm phương án giải quyết các vấn đề sau đây:

a) *Đánh giá lượng nước và thức ăn cần thiết để cung cấp cho một thành phố bị thiên tai trong tình huống khẩn cấp với khoảng 3 triệu người và dự kiến phương pháp phân phối.*

b) *Mô hình hóa tài khoản tiết kiệm tại ngân hàng, tốc độ phát triển của vi khuẩn kí sinh và tốc độ gia tăng dân số.*

c) *Phân tích nguy cơ có thể xảy ra trong các tình huống sau đây: bệnh dịch, thiên tai, khủng bố, chiến tranh hạt nhân.*

Trong các tình huống nêu trên, mô hình đưa ra có thể phụ thuộc vào một số nhân tố như: Sự chính xác của câu hỏi? Khía cạnh nào của tình huống chúng ta cần hiểu? Dữ liệu nào về biến số có ý nghĩa và công cụ toán học ta cần đến? Các mô hình được xây dựng có bị giới hạn bởi kiến thức và kĩ năng toán học của học sinh hay không?

Kết quả nghiên cứu thực nghiệm cho thấy, hầu hết học sinh đều đánh giá các bài tập mô hình hóa ở cấp độ này là không quen thuộc và rất khó. Đa số các em đều gặp nhiều khó khăn khi chuyển từ vấn đề thực tế sang vấn đề toán học, kết nối các dữ liệu để thiết lập các mô hình ứng với bối cảnh thực tế. Học sinh thường mắc các sai lầm trong tư duy, phân tích vấn đề và lập luận toán học. Những khó khăn này cũng được đề cập đến trong các nghiên cứu trước đây ([1, 2, 9]). Đặc biệt, rất ít học sinh xem xét ý nghĩa của kết quả bài toán trong thực tiễn. Các em chỉ dừng lại ở việc giải bài toán trong ngữ cảnh toán học, không có thói quen đối chiếu với ngữ cảnh thực tế và tìm cách cải tiến mô hình đã xây dựng. Do đó, chúng tôi nhận thấy khi giải các bài tập mô hình hóa, học sinh thường gặp những khó khăn sau đây:

- Mô hình hóa bao gồm việc chuyển đổi giữa toán học và thực tế theo cả hai chiều, vì vậy kiến thức toán học và kiến thức thực tế đều rất cần thiết. Tuy nhiên, học sinh thường thiếu kiến thức thực tế liên quan đến tình huống cũng như kinh nghiệm để tạo ra các mô hình thực tế.

- Học sinh dành nhiều thời gian vào việc hiểu tình huống, thiết lập các giả thiết và nhận ra các biến số phù hợp. Nhiều học sinh còn lúng túng trong việc tìm phương pháp thu thập dữ liệu thực tế để cung cấp thêm thông tin về tình huống.

- Tình huống thực tế có thể được lí tưởng hóa, đơn giản hóa theo những cách khác nhau tùy thuộc vào kinh nghiệm cá nhân của học sinh và các em mất nhiều thời gian xác định những tri thức toán học phù hợp để giải quyết tình huống.

- Các bài tập mô hình hóa được đặt trong môi trường thực tế thường phức tạp hơn và có phương án giải quyết tương đối “mở”. Do đó, có nhiều cách khác nhau để tiếp cận và có thể dẫn đến nhiều lời giải khác nhau. Vì vậy, trong đánh giá kết quả giáo viên cũng khó dự đoán trước được các phương án giải quyết của học sinh.

Tóm lại, có thể nói bài tập mô hình hóa dành cho học sinh có các mức độ khác nhau nhưng khó khăn của học sinh tập trung chủ yếu ở các bước: (1) chuyển từ tình huống thực tế sang mô hình thực tế; (2) chuyển từ mô hình thực tế sang mô hình toán học; và (3) từ kết quả làm việc với mô hình toán học đối chiếu lại thực tế và cải tiến mô hình toán học. Trong sách giáo khoa môn Toán của Việt Nam các bài tập mô hình hóa không được coi trọng, một số bài chỉ mang tính hình thức, không khuyến khích học sinh tìm tòi, khám phá vấn đề theo các bước của quá trình mô hình hóa. Hầu hết các bài tập đều dựa trên tình huống mô hình hóa, chưa có bài tập dựa trên tình huống toán học hóa và tình huống thực tế, đặc biệt là các bài toán mô tả cấu trúc toán học. Điều này có nghĩa là các bài tập mô hình hóa trong sách giáo khoa đều ở cấp độ 1. Từ đó cho thấy dạy học mô hình hóa chưa được quan tâm khai thác ở trường phổ thông. Các bước của quy trình mô hình hóa cũng chưa được thực hiện thật đầy đủ, chủ yếu tập trung ở bước giải bài toán (trong ngữ cảnh toán học).

3. Kết luận

Mô hình hóa giúp liên kết toán học trong lớp học với cuộc sống hàng ngày. Đó là quá trình lựa chọn và sử dụng các kiến thức toán học phù hợp để phân tích các tình huống thực tế và đưa ra quyết định. Các tình huống mô hình hóa làm cho việc học toán của học sinh trở nên thách thức hơn so với các nhiệm vụ toán học thông thường (dễ hiểu vấn đề, thường có quy trình, thuật toán giải). Khó khăn của học sinh tập trung chủ yếu ở bước chuyển từ “tình huống thực tế” đến “mô hình toán học”. Do đó, để hạn chế những khó khăn trên, giáo viên cần đưa ra một mô hình thực tế thay vì một tình huống thực tế, nghĩa là giáo viên đã thực hiện bước thứ nhất của quá trình mô hình hóa. Khi đó, tình huống đưa ra vẫn được đặt trong môi trường thực tế, học sinh phải chuyển đổi tình huống từ thực tế vào môi trường toán, giải quyết vấn đề toán học, đưa ra kết quả giải bài toán và giải thích kết quả trong ngữ cảnh thực tế ban đầu. So với tình huống thực tế ban đầu, tình huống toán học hóa giúp học sinh hình dung rõ hơn về tình huống, có thêm dữ liệu thông tin. Vì vậy, quá trình xây dựng mô hình toán học diễn ra thuận lợi hơn. Điều này giúp học sinh có thể tiếp cận hoạt động mô hình hóa trong giờ học toán ở nhà trường phổ thông.

TÀI LIỆU THAM KHẢO

- [1] Nguyễn Thị Tân An, 2013. *Xây dựng các tình huống dạy học hỗ trợ quá trình toán học hóa*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh, 48, 05-14.

- [2] Nguyễn Thị Tân An, 2013. *Sử dụng quá trình toán học hóa trong dạy học xác suất ở nhà trường phổ thông*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, 58, 18-27.
- [3] Biembengut, M. S. & Hein, N., 2007. *Modelling in engineering: Advantages and difficulties*. Proceedings of International Conference on the Teaching of Mathematical Modelling and Application, Horwood Publishing, 415-423.
- [4] Chan Chun Ming Eric, 2009. *Mathematical modeling as problem solving for children in the Singapore mathematics classrooms*. Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, 32(1), 36-61.
- [5] Borromeo Ferri, R., 2006. *Theoretical and empirical differentiations of phases in the modelling process*. Zentralblatt für Didaktik der Mathematik, 38(2), 86-95.
- [6] Berinderjeet Kaur, Jaguthsing Dindyal, 2010. *Mathematical applications and modelling*. World Scientific Publishing.
- [7] Lesh, R. & Caylor, B., 2007. *Modeling as application versus modeling as a way to create mathematics*. International Journal of Computers for Mathematical Learning, 12, 173-194.
- [8] Lesh, R., Galbraith, P., Haines, C., Hurford, A., 2010. *Modeling students' mathematical modeling competences*. Springer.
- [9] Nguyễn Danh Nam, 2013. *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông*. Kỷ yếu Hội thảo khoa học cán bộ trẻ các trường sư phạm toàn quốc, Nhà xuất bản Đà Nẵng, 512-516.
- [10] Tanner, H., & Jones, S., 2002. *Assessing children's mathematical thinking in practical modelling situations*. Teaching Mathematics and its Applications, 21(4), 145-159.
- [11] Trần Trung, Đặng Xuân Cường, Nguyễn Văn Hồng, Nguyễn Danh Nam, 2011. *Ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Nxb Giáo dục Việt Nam.
- [12] Ludwig, M., Xu, B., 2010. *A comparative study of modelling competencies among Chinese and German students*. Journal for Didactics of Mathematics, 31, 77-97.
- [13] Van de Walle, J.A., 2004. *Elementary and middle school mathematics: Teaching developmentally*. Pearson Education Publisher.
- [14] Verschaffel, L. and E. De Corte, 1997. *Teaching realistic mathematical modeling and problem solving in the elementary school: A teaching experiment with fifth graders*. Journal for Research in Mathematics Education, 28, 577-601.
- [15] Zbiek, R. M., & Conner, A., 2006. *Beyond motivation: Exploring mathematical modeling as a context for deepening students' understandings of curricular mathematics*. Educational Studies in Mathematics, 63(1), 89-112.

ABSTRACT

Designing Modeling Activities in Teaching High School Mathematics

The paper presents a method of designing modeling activities in the teaching of high school mathematics. Research has shown modeling situations that teachers could use to help students use their knowledge of mathematics to solve real world problems. Using this model, teachers can create exercises with different levels that will improve students' confidence when tackling 'open' tasks. Research results confirm the role and the effectiveness of modeling activities in developing students' mathematical literacy. This approach gives students an opportunity to apply fundamental mathematical ideas in real life and to encourage the transference of 'school' mathematics to the 'real world' through the integration of process, content, context and culture.

Keywords: Modeling, Modeling Activity, Modeling Exercise.