

---

## NGHIÊN CỨU

---

# Quy trình mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông

Nguyễn Danh Nam\*

*Trường Đại học Sư phạm - Đại học Thái Nguyên,  
Số 20, Lương Ngọc Quyến, TP. Thái Nguyên, Việt Nam*

Nhận ngày 12 tháng 8 năm 2014

Chỉnh sửa ngày 28 tháng 8 năm 2015; chấp nhận đăng ngày 25 tháng 9 năm 2015

**Tóm tắt:** Bài báo trình bày quy trình vận dụng phương pháp mô hình hóa trong dạy học Toán ở trường phổ thông. Thông qua hoạt động mô hình hóa, học sinh hiểu sâu hơn về những vấn đề liên quan giữa Toán học và thực tiễn. Từ đó khuyến khích, tạo động cơ cho học sinh tích cực vận dụng tri thức Toán học trong sách giáo khoa để giải quyết các bài toán thực tiễn. Kết quả nghiên cứu đã khẳng định tính khả thi của việc tổ chức các hoạt động mô hình hóa trong quá trình dạy học nhằm bồi dưỡng cho học sinh năng lực sử dụng ngôn ngữ Toán học và năng lực giải quyết vấn đề.

*Từ khóa:* Mô hình, mô hình hóa, toán học hóa, bài toán thực tiễn.

### 1. Đặt vấn đề

Mô hình được mô tả như một vật dùng thay thế mà qua đó ta có thể thấy được các đặc điểm đặc trưng của vật thể thực tế. Thông qua mô hình, ta có thể thao tác và khám phá các thuộc tính của đối tượng mà không cần đến vật thật. Tuy nhiên điều này còn phụ thuộc vào ý đồ của người thiết kế mô hình và bối cảnh áp dụng của mô hình đó. Mô hình sử dụng trong dạy Toán là một mô hình trừu tượng sử dụng ngôn ngữ toán học để mô tả về một hệ thống nào đó. Nó có thể hiểu là các hình vẽ, bảng biểu, hàm số, đồ thị, phương trình, hệ phương trình, sơ đồ, biểu đồ, biểu tượng hay thậm chí cả các mô hình ảo trên máy vi tính [1].

Mô hình hóa (MHH) trong dạy học Toán là quá trình giúp học sinh (HS) tìm hiểu, khám phá các tình huống nảy sinh từ thực tiễn bằng công cụ và ngôn ngữ Toán học với sự hỗ trợ của công nghệ thông tin. Quá trình này đòi hỏi HS cần có các kĩ năng và thao tác tư duy Toán học như phân tích, tổng hợp, so sánh, khái quát hóa, trừu tượng hóa. Ở trường phổ thông, MHH diễn tả mối quan hệ giữa các hiện tượng trong tự nhiên và xã hội với nội dung kiến thức Toán học trong sách giáo khoa thông qua ngôn ngữ Toán học như kí hiệu, đồ thị, sơ đồ, công thức, phương trình. Từ đó có thể thấy hoạt động MHH giúp HS phát triển sự thông hiểu các khái niệm và quá trình Toán học, hệ thống hóa các khái niệm, ý tưởng Toán học và nắm được cách thức xây dựng mối quan hệ giữa các ý tưởng đó. Cách tiếp cận này giúp việc học Toán của

---

\*ĐT.: 84-979446224

Email: danhnam.nguyen@dhsptn.edu.vn

HS trở nên có ý nghĩa hơn, tạo động cơ và niềm say mê học Toán [2].

Tóm lại, có thể nói mô hình được dùng để mô tả một tình huống thực tiễn nào đó, mô hình Toán học được hiểu là sử dụng công cụ Toán học để thể hiện nó dưới dạng của ngôn ngữ Toán học, trong đó MHH là quá trình tạo ra các mô hình để giải quyết các vấn đề Toán học liên quan đến các tình huống thực tiễn [3]. Do đó, với tri thức Toán học, giáo viên (GV) có thể sử dụng mô hình để giải thích, giúp HS hiểu về các hiện tượng trong thực tế cuộc sống và tính ứng dụng thực tiễn của Toán học. Trong dạy học Toán, MHH có thể được thực hiện thông qua các dự án học tập, GV có thể chia HS thành các nhóm nhỏ để cùng tìm hiểu, khám phá thế giới bằng phương tiện toán học với sự hướng dẫn của GV [4]. Do vậy, MHH được sử dụng để hiểu và giải quyết các vấn đề thực tiễn như một phương tiện để dạy và học Toán ở trường phổ thông bởi vì nó là môi trường để HS tìm hiểu, khám phá các kiến thức Toán học cũng như các kiến thức liên môn khác.

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Quy trình mô hình hóa

Quá trình MHH các tình huống thực tế trong dạy học Toán sử dụng các công cụ và ngôn ngữ Toán học phổ biến như công thức, thuật toán, phương trình, hệ phương trình, bảng biểu, biểu tượng, đồ thị, kí hiệu. Theo Swetz & Hartzler (1991), quy trình MHH gồm 4 giai đoạn chủ yếu sau đây [5, 6, 7]:

\* Giai đoạn 1: Quan sát hiện tượng thực tiễn, phác thảo tình huống và phát hiện các yếu tố (tham số) quan trọng có ảnh hưởng đến vấn đề thực tiễn.

\* Giai đoạn 2: Lập giả thuyết về mối quan hệ giữa các yếu tố trong bài toán sử dụng ngôn ngữ Toán học. Từ đó thiết lập mô hình Toán học tương ứng.

\* Giai đoạn 3: Áp dụng các phương pháp và công cụ Toán học phù hợp để MHH bài toán và phân tích mô hình đó.

\* Giai đoạn 4: Thông báo kết quả, đối chiếu mô hình với thực tiễn và đưa ra kết luận.

Quá trình giải quyết vấn đề (GQVĐ) và MHH có những đặc điểm tương tự nhau giúp rèn luyện cho HS những kĩ năng toán học cần thiết. Do đó, chúng hỗ trợ và bổ sung cho nhau. Quy trình MHH được xem là khép kín vì nó được dùng để mô tả các tình huống nảy sinh từ thực tiễn và kết quả của nó lại được dùng để giải thích và cải thiện các vấn đề trong thực tiễn [6, tr.71]. Sử dụng MHH ở trường phổ thông nhằm giúp HS giải quyết vấn đề bằng cách: (i) thu thập, hiểu và phân tích các thông tin Toán học; (ii) áp dụng Toán học để mô hình hóa các tình huống thực tiễn. Do vậy, quá trình MHH được cụ thể hóa theo sơ đồ dưới đây (Hình 1):

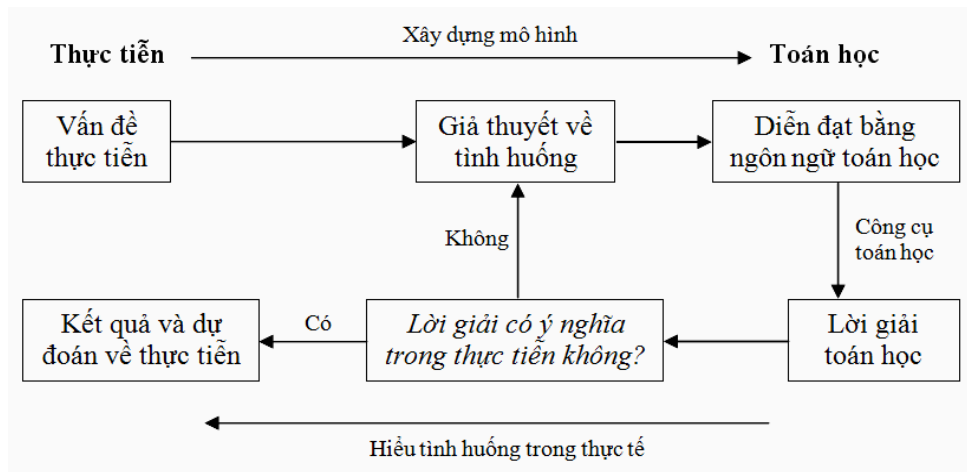
Tuy nhiên, trong thực tế dạy học, quy trình MHH ở trên luôn tuân theo một cơ chế điều chỉnh phù hợp nhằm làm đơn giản hóa và làm cho vấn đề trở nên dễ hiểu hơn đối với HS ở trường phổ thông [4]. Cơ chế điều chỉnh này thể hiện mối liên hệ mật thiết giữa Toán học với các vấn đề trong thực tiễn (Hình 2):

Từ cơ chế điều chỉnh quá trình MHH, chúng tôi đề xuất các bước tổ chức hoạt động MHH trong dạy học môn Toán như sau:

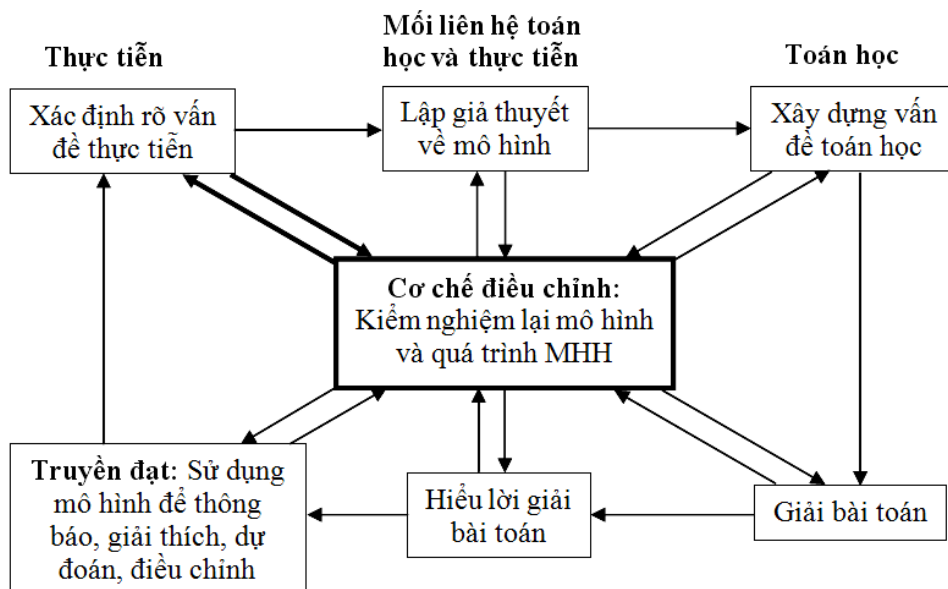
- Bước 1: Tìm hiểu, xây dựng cấu trúc, làm sáng tỏ, phân tích, đơn giản hóa vấn đề, xác định giả thuyết, tham số, biến số trong phạm vi của vấn đề thực tế.

- Bước 2: Thiết lập mối liên hệ giữa các giả thuyết khác nhau đã đưa ra.

- Bước 3: Xây dựng bài toán bằng cách lựa chọn và sử dụng ngôn ngữ Toán học mô tả tình huống thực tế cũng như tính toán đến độ phức tạp của nó.



Hình 1: Quy trình MHH trong dạy học Toán.



Hình 2: Cơ chế điều chỉnh quá trình MHH.

- Bước 4: Sử dụng các công cụ Toán học thích hợp để giải bài toán.

- Bước 5: Hiểu được lời giải của bài toán, ý nghĩa của mô hình Toán học trong hoàn cảnh thực tế.

- Bước 6: Kiểm nghiệm mô hình (ưu điểm và hạn chế), kiểm tra tính hợp lí và tối ưu của mô hình đã xây dựng.

- Bước 7: Thông báo, giải thích, dự đoán, cải tiến mô hình hoặc xây dựng mô hình có độ

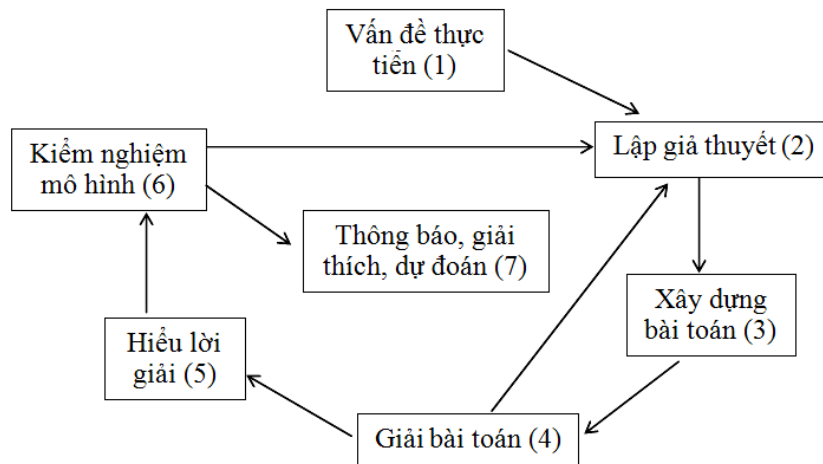
phức tạp cao hơn sao cho phù hợp với thực tiễn (Hình 3).

### 2.2. Tổ chức hoạt động mô hình hóa trong dạy học Toán

Trong chương trình sách giáo khoa của nhiều nước trên thế giới, hoạt động MHH được đưa vào để phát triển các thao tác tư duy và kĩ năng GQVĐ bằng khám phá tri thức. Thông qua hoạt động MHH, HS biết cách xây dựng,

cải tiến một mô hình Toán học để giải quyết vấn đề trong thực tiễn cuộc sống. Để làm được điều này, HS cần phải xử lý các số liệu thực tế, sử dụng các phương pháp biểu diễn số liệu khác nhau, lựa chọn và áp dụng các công cụ và phương pháp Toán học phù hợp để giải quyết bài toán nảy sinh từ chính các tình huống trong thực tiễn [6].

**Ví dụ 1** (Bài toán hồ Eyre). Có nhiều hồ nước ở Úc bị cạn trong phần lớn thời gian của năm, nó chỉ có nước trong một thời gian nhất định sau những trận mưa rào. Hồ Eyre ở phía nam nước Úc là một ví dụ cho hiện tượng này. Vấn đề đặt ra là hãy tính khoảng thời gian mà hồ bị cạn hết nước mỗi khi hồ được chứa đầy nước?



Hình 3: Các bước tổ chức hoạt động MHH.

Để tổ chức hoạt động MHH bài toán này, GV đã thực hiện theo quy trình gồm 7 bước như sau:

\* *Bước 1: Tìm hiểu vấn đề thực tiễn.* Đây là một bài toán mở, các điều kiện ban đầu của bài toán chưa rõ ràng. Do vậy, trước hết GV đã tổ chức cho HS suy nghĩ và thảo luận về những số liệu cần thiết cần thu thập nhằm đơn giản hóa bài toán. GV hướng dẫn HS liệt kê các từ khóa, điền đạt lại vấn đề và xác định đơn vị tính. Các từ khóa được đưa ra: *độ sâu, thể tích, cạn, đầy*. Vấn đề có thể được diễn đạt lại như sau: *Khoảng bao nhiêu ngày thì hồ sẽ bị cạn hết nước?*

\* *Bước 2: Lập giả thuyết.* Liệt kê những yếu tố (tham số) có liên quan đến vấn đề trên nhằm thiết lập điều kiện ban đầu của bài toán. GV đã sử dụng kỹ thuật động não yêu cầu các

nhóm xác định những tham số quan trọng và loại bỏ những tham số phụ. Các tham số xuất hiện trong bài toán được các nhóm đưa ra như sau: *kích thước, hình dáng, độ sâu, diện tích bề mặt, nhiệt độ, độ ẩm, tốc độ bay hơi của nước, sự thấm nước, lượng mưa, lượng nước ban đầu, hệ thực vật và động vật, độ mặn của nước, hệ thống thoát nước*. Sau khi thảo luận và nghiên cứu kỹ lưỡng về điều kiện tự nhiên của hồ Eyre, GV đã hướng dẫn HS lựa chọn các tham số ảnh hưởng nhiều đến khả năng bị cạn nước của hồ, loại bỏ một số tham số phụ như: nhiệt độ, độ ẩm, hệ thực vật và động vật, độ mặn của nước, hệ thống thoát nước,...

\* *Bước 3: Xây dựng bài toán.* Sau khi xác định được các tham số cơ bản, GV đã định hướng cho HS thiết lập các điều kiện ban đầu,

xây dựng công thức tính toán, lập phương trình và nhập số liệu vào bảng tính Excel. Điều kiện ban đầu được xác định như sau: thể tích của hồ Eyre ( $V = 1000.000 \text{ m}^3$ ); tỉ số độ sâu (tỉ số giữa độ sâu lớn nhất và bán kính lớn nhất,  $r = 0.0001$ ); tốc độ bay hơi trên ngày ( $e = 0.003 \text{ m}^3/1 \text{ m}^2$  diện tích bề mặt); tốc độ thấm nước trên ngày ( $p = 0.0008 \text{ m}^3/1 \text{ m}^2$  diện tích mặt đáy hồ); giá trị xấp xỉ của số  $\pi$  (3.141592654). Sau đó, GV đã tổ chức cho HS thảo luận và lựa chọn hình nón là mô hình biểu diễn tốt nhất cho hồ nước Eyre. Cuối cùng, GV đã hướng dẫn HS sử dụng các công thức để tính các đại lượng: bán kính hồ, độ sâu, diện tích bề mặt, diện tích mặt đáy hồ, thể tích bị mất đi do nước bay hơi hoặc do thấm nước (Hình 4).

\* *Bước 4: Giải bài toán.* Đây là bước HS đã sử dụng các số liệu, công thức tính đã thảo luận ở trên để tính khoảng thời gian mà thể tích của hồ nhỏ hơn hoặc bằng không (theo đơn vị ngày). Trong quá trình tính lượng nước bị mất, các em đã phát hiện ra cần phải sử dụng chu trình lặp để xác định số ngày hồ sẽ cạn nước (Hình 5).

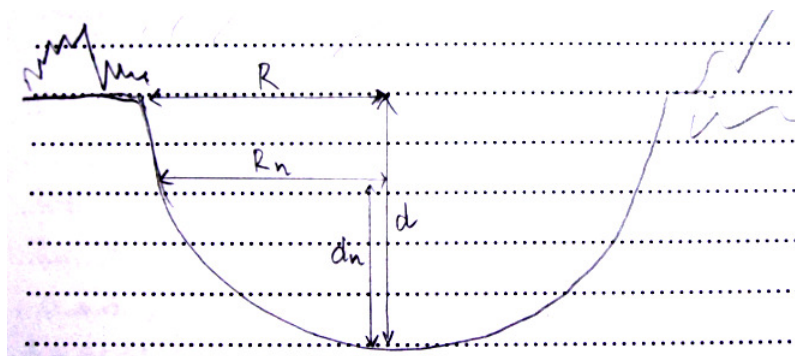
Như vậy, các công thức tính được xác định

như sau: bán kính hồ ( $R = \sqrt[3]{\frac{3V}{\pi r}}$ ); độ sâu ( $d = Rr$ ); diện tích bề mặt ( $S_1 = \pi R^2$ ); diện

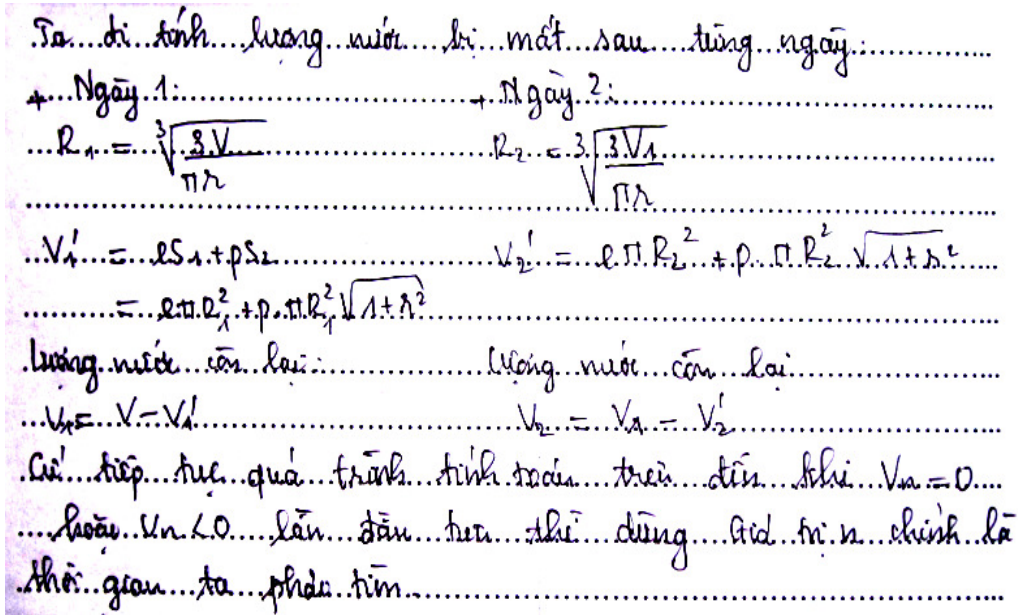
tích mặt đáy ( $S_2 = \pi R^2 \sqrt{1+r^2}$ ); thể tích nước bị mất ( $V' = eS_1 + pS_2$ ). GV đã hướng dẫn HS sử dụng bảng tính Excel và máy tính cầm tay để lập chu trình lặp cho đến khi đạt được giá trị  $V \leq 0$  (Bảng 1).

\* *Bước 5: Hiệu lời giải bài toán.* Từ kết quả trên ta thấy  $V = -9.7 \leq 0$  ở ngày thứ 51. GV đã hướng dẫn HS quay trở lại vấn đề để hiểu yêu cầu của bài toán. HS thảo luận về kết quả thời điểm chu trình lặp là cuối mỗi ngày. Do vậy, kết thúc thảo luận, câu trả lời đưa ra là phải sau 50 ngày thì hồ Eyre sẽ cạn hết nước (Hình 6).

\* *Bước 6: Kiểm nghiệm mô hình.* Thảo luận về những ưu điểm và hạn chế của mô hình trên, những kiến thức toán học sử dụng trong quá trình giải quyết vấn đề. GV đã định hướng quá trình thảo luận tiếp theo cho HS như: tìm hiểu thực tế để kiểm nghiệm lời giải của bài toán, cải tiến mô hình bằng cách thay đổi hình dạng biểu diễn hoặc bổ sung thêm các tham số khác (tốc độ bay hơi, nhiệt độ, độ ẩm, hệ động thực vật xung quanh,...) và thực hiện mô phỏng trên máy vi tính. Kết thúc bước này, GV đã giới thiệu thêm cho HS những kiến thức Toán học phức tạp hơn như: hàm số nhiều biến, thể tích của các hình khối phức tạp, tác động của môi trường đến vấn đề biến đổi khí hậu,... (Hình 7).



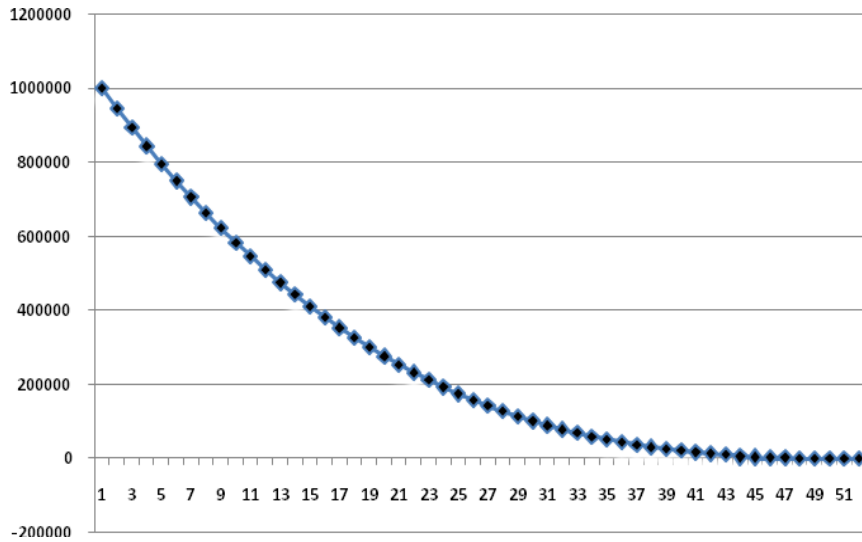
Hình 4: HS phác họa mô hình hồ Eyre.



Hình 5: Lập luận của HS về cách giải bài toán hồ Eyre.

Bảng 1. Bảng tính chu trình lặp thể tích của hồ Eyre

Số ngày	Thể tích	Bán kính	Độ sâu	Diện tích bề mặt	Diện tích mặt đáy	Thể tích nước bị mất
0	1000.000	2122.6	0.2122	14140894.6	14140894.7	53735.4
1	946265	2082.9	0.2083	13629713.1	13629713.1	51792.9
...	...	...	...	...	...	...
50	123.4	105.6	0.0106	35033	35033	133.1
51	-9.7	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!	#NUM!



Hình 6: Mô hình biểu thị quá trình cạn nước của hồ Eyre.

..lý thuyết khác thực tế rất nhiều. Nếu là ở hình 0  
 ..Hình dạng của hồ khác, ở các độ sâu khác nhau thì  
 ..hình dạng cũng khác. độ sâu của hồ không đều  
 ..Việc tưới hay hơn còn tùy thuộc điều kiện nhiệt độ, độ  
 ..độ ẩm, thực vật, động vật quanh khu vực đó

Hình 7: HS đối chiếu với bài toán trong thực tế.

\* *Bước 7: Thông báo, giải thích, dự đoán.*  
 Thông báo do nhóm hoặc đại diện nhóm trình bày nhằm giúp GV đánh giá sản phẩm và năng lực giải quyết vấn đề của từng nhóm. Từ đó, GV hướng dẫn HS biết sử dụng ngôn ngữ và công cụ của Toán học để mô tả các ý tưởng Toán học, biểu diễn các vấn đề trong thực tiễn.

**Ví dụ 2 (Năng suất lao động).** Các nhà quản lý một công ti dệt may nhận ra rằng năng suất lao động của công nhân giảm dần theo số thời gian làm việc liên tiếp của họ, có lẽ do sự mệt mỏi hoặc do công việc nhàm chán. Hãy giúp các nhà quản lý xác định khi nào công nhân nên được nghỉ giải lao để họ có thể làm tốt hơn công việc của mình.

Tương tự Ví dụ 1, trong bài toán này, GV đã hướng dẫn HS thực hiện quá trình MHH thông qua 7 bước nói trên nhằm xác định được các yếu tố sau đây:

- Hàm số biểu diễn năng suất lao động (tính theo cặp quần bò) của công nhân. Để làm được điều này, HS đã phải thu thập các số liệu thực tế của một nhóm đại diện công nhân để xác định hàm số biểu diễn tốt nhất. Kết quả là năng suất lao động của công nhân được mô tả bởi hàm số  $f(t) = 6,37 \cdot e^{-0,04t}$ , trong đó  $t$  là số giờ làm việc liên tiếp.

- Thảo luận về ý tưởng Toán học cho việc tính năng suất lao động trong một khoảng thời gian nhất định (tính theo đơn vị giờ). Với sự hướng dẫn của GV, nhóm HS đã vẽ đồ thị của hàm số  $f(t) = 6,37 \cdot e^{-0,04t}$  và sử dụng khái niệm tích phân xác định để tính tổng sản phẩm dệt may trong khoảng thời gian làm việc của ngày (mỗi ngày làm việc 8 tiếng). Để bài toán đơn giản hơn, GV đã hướng dẫn HS tính tổng sản phẩm dệt may trong khoảng thời gian 2 giờ làm việc liên tiếp, trong đó chú ý đến 2 giờ làm việc đầu tiên và 2 giờ làm việc cuối cùng. Dưới đây là bài làm của HS nhóm thực nghiệm:

..Vì đồ thị hàm số  $f(t) = 6,37 \cdot e^{-0,04t}$ ,  $t \in [0, 8]$   
 ..Áp dụng tích phân  
 ..(4)  $\int_0^2 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt = A$   
 ..và  $\int_6^8 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt = B$   
 ..Năng suất lao động giảm sút  
 ..trong 2 giờ làm việc đầu và  
 ..2 giờ làm việc cuối cùng là:  
 .. $\Delta h = A - B$

Hình 8: HS xây dựng và định hướng giải bài toán.

Số lượng sản phẩm (cặp quần bò) của một công nhân trong hai giờ làm việc đầu tiên và hai giờ làm việc cuối cùng của ngày. Trong hai giờ làm việc đầu, số lượng sản phẩm mong đợi được xác định bởi tích phân  $\int_0^2 6,37e^{-0,04t} dt$  và kết quả nhóm HS tính được xấp xỉ 12,24 (cặp

quần bò), tương ứng với phần diện tích giới hạn bởi hàm số  $f(t) = 6,37e^{-0,04t}$  và trục  $t$  trên đoạn  $[0, 2]$ . Tương tự, trong hai giờ làm việc cuối cùng, số lượng sản phẩm được xác định bởi tích phân  $\int_6^8 6,37e^{-0,04t} dt$  và kết quả tính được xấp xỉ 9,63 (cặp quần bò).

..... Trong 2 giờ đầu, số lượng sản phẩm làm được là:.....  
 $\int_0^2 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt = \frac{6,37 \cdot e^{-0,04t}}{-0,04} \Big|_0^2 \approx 12,24$   
 .....  
 ..... Tương tự: Trong 2 giờ tiếp theo:  $\int_6^8 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt \approx 11,30$   
 .....  
 ..... Trong 2 giờ tiếp nữa:  $\int_4^6 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt \approx 10,93$   
 .....  
 ..... Trong 2 giờ cuối cùng:  $\int_2^4 6,37 \cdot e^{-0,04t} dt \approx 9,63$   
 Ta có:  $12,24 = 11,30 = 10,93 > 9,63$

Hình 9: HS tính năng suất lao động trong 2 giờ đầu và 2 giờ cuối.

Như vậy, dựa vào mô hình trên ta thấy rằng diện tích của phần diện tích giới hạn bởi đồ thị hàm số  $f(t)$  với trục hoành trên khoảng  $[6, 8]$  nhỏ hơn nhiều so với trên khoảng  $[0, 2]$ . Từ đó, GV đã hướng dẫn HS đưa ra lời khuyên cho các nhà quản lý công ti dệt may về thời điểm nên cho công nhân của mình nghỉ giải lao trước khi thực hiện tiếp công việc của mình để nâng cao năng suất lao động của công ti. Đồng thời, GV đã giới thiệu thêm cho HS một số ứng dụng của khái niệm tích phân trong khoa học, kĩ thuật, thương mại và công nghiệp. Cuối cùng, GV đã thiết kế thêm bài toán sử dụng tích phân xác định để giải quyết tình huống trong thực tiễn sau đây:

**Ví dụ 3 (Xác định thể tích vật thể).** Nhiều công thức tính thể tích trong hình học cũng sử dụng đến khái niệm tích phân. Ví dụ, thể tích  $v$  của hình cầu được tính bởi công thức

$$v = \frac{4}{3} \pi r^3, \text{ trong đó } r \text{ là bán kính hình cầu.}$$

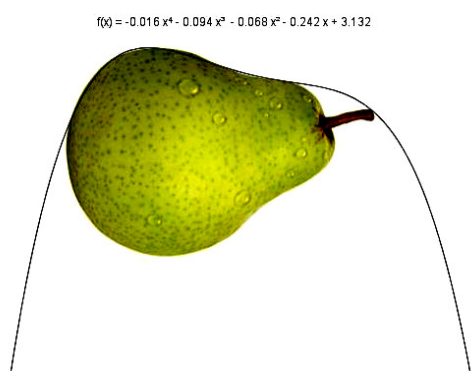
Công thức này được xác định thông qua tích phân (thể tích của vật thể khi xoay nửa hình tròn  $y = \sqrt{r^2 - x^2}$  quanh trục hoành) [8]. Công thức trên có thể giúp nhà sản xuất biết phải sử dụng bao nhiêu kim loại để sản xuất một cái trụ hình cầu hoặc giúp chủ tiệm bán kem xác định được số lượng kem cần thiết để đặt hàng sản xuất hộp kem có dạng hình cầu. Tuy nhiên, trong thực tế, nếu yêu cầu về hình dạng của hộp kem không phải hình cầu mà là hình quả táo, quả chanh hay quả lê thì sao?

Giả sử cần xác định thể tích của vật thể có dạng hình quả lê, GV đã tổ chức cho HS thảo luận và xác định các yếu tố sau đây:

- Xác định hàm số biểu diễn nửa trên của hình dạng quả lê. Nhóm HS đã sử dụng phần



mềm Toán học động GeoGebra dự đoán mô hình là hàm số bậc bốn dạng tổng quát  $y = ax^4 + bx^3 + cx^2 + dx + e$ , thay đổi các hệ số của hàm số để xác định được hàm số biểu diễn tốt nhất. Kết quả là nhóm HS xác định được hàm số có phương trình biểu diễn là  $y = -0,016x^4 - 0,094x^3 - 0,068x^2 - 0,242x + 3,132$ .



Hình 10: Xác định thể tích vật thể hình dạng quả lê.

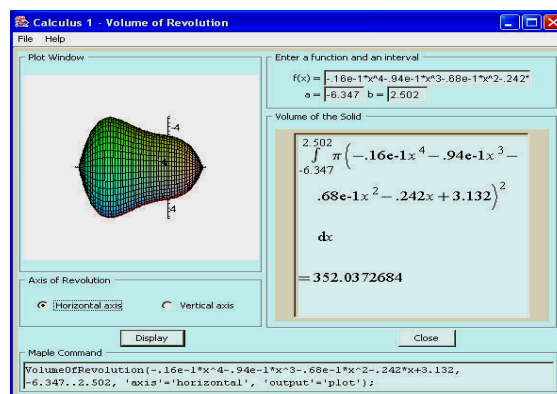
- Tiếp theo, GV hướng dẫn nhóm HS sử dụng phần mềm Maple để tính thể tích khối tròn xoay tạo bằng cách xoay hàm số trên quanh trục hoành. Do đó, trước tiên nhóm HS đã xác định các giao điểm của đồ thị hàm số  $y = f(x)$  với trục hoành ( $x_1 = -6,347$  và  $x_2 = 2,502$ ). Từ đó, thể tích của vật thể hình dạng quả lê được tính bằng công thức tích phân sau:

$$\pi \int_{-6,347}^{2,502} (-0,016x^4 - 0,094x^3 - 0,068x^2 - 0,242x + 3,132)^2 dx$$

Kết quả nhóm HS thu được là dung tích của vật thể hình dạng quả lê xấp xỉ bằng 352 ml.

Như vậy, kết quả nghiên cứu thực nghiệm cho thấy, hầu hết HS đều đánh giá mô hình hóa các vấn đề thực tiễn là bài toán không quen thuộc và rất khó. Đa số các em đều gặp khó ở bước đầu tiên đó là tìm hiểu bài toán, cụ thể nhiều HS nhận xét rằng bài toán không đủ dữ kiện để giải, không biết sử dụng kiến thức Toán học nào để giải quyết,... Chính vì vậy, nhiều HS đã gặp lúng túng trong bước lập giả thuyết và xây dựng bài toán. Tuy nhiên, chúng tôi nhận ra

rằng, nếu HS có thể xây dựng được bài toán thì có thể giải được bài toán đó. Vì thế, trở ngại đầu tiên của HS đó chính là *toán học hóa vấn đề thực tiễn*. Trở ngại tiếp theo trong quy trình mô hình hóa của HS đó là vấn đề *đối chiếu và kiểm nghiệm mô hình* trong thực tiễn. Đa số các em đều không có thói quen xem xét ý nghĩa kết



quả của bài toán trong thực tiễn, quan trọng hơn nữa đó là việc *dự đoán và cải tiến mô hình* đã xây dựng. Kết quả rút ra từ thực nghiệm khẳng định việc sử dụng phương pháp MHH trong dạy học Toán giúp HS phát triển các kỹ năng Toán học, đồng thời nó còn hỗ trợ GV tổ chức dạy học theo phương pháp dạy học GQVĐ có hiệu quả hơn và khuyến khích HS học tập có ý nghĩa hơn, tìm hiểu sâu kiến thức, rèn luyện các kỹ năng giải quyết các vấn đề và ứng dụng tri thức Toán học trong thực tiễn cuộc sống.

### 3. Kết luận

Hoạt động MHH hoàn toàn có thể được vận dụng trong dạy học Toán ở các trường phổ thông dựa theo quy trình 7 bước đã đề xuất ở trên. Các bài toán MHH có đặc điểm là yêu cầu HS toán học hóa các tình huống, thường là các tình huống thực tiễn. Toán học hóa là thành phần quan trọng của bài toán MHH vì nó dựa trên các ý tưởng toán học quan trọng giúp HS có thể đào sâu và phát triển sự thông hiểu Toán học. Vì vậy, GV nên lựa chọn các tình huống

thực tiễn đòi hỏi việc thu thập các số liệu, khảo sát thực tế, phân tích tin tức trên báo chí hoặc trên mạng Internet. Qua nghiên cứu chúng tôi nhận thấy, thảo luận nhóm là phương pháp hiệu quả giúp HS thiết lập mô hình chuyển những vấn đề Toán học trong sách giáo khoa thành những vấn đề trong cuộc sống; tranh luận về những ưu điểm và hạn chế của các mô hình đã xây dựng nhằm đánh giá, chọn lọc và cải tiến mô hình cho phù hợp với thực tiễn. Điều này giúp cho HS phát triển các kỹ năng GQVĐ, kỹ năng hợp tác và khả năng nhận thức tri thức Toán học ở mức độ cao.

### Tài liệu tham khảo

- [1] Berinderjeet Kaur, Jaguthsing Dindyal, Mathematical applications and modelling. World Scientific Publishing.
- [2] Nguyễn Danh Nam, Phương pháp mô hình hóa trong dạy học toán ở trường phổ thông. Kỹ yếu Hội thảo khoa học cán bộ trẻ các trường sư phạm toàn quốc, NXB Đà Nẵng, 2013.
- [3] Peter Lancaster, 1976. Mathematics: Models of the real world. Englewood Cliffs, New Jersey, USA, 2010.
- [4] Richard Lesh, Peter Galbraith, Christopher Haines, Andrew Hurford, Modeling students' mathematical modeling competences. Springer, 2010.
- [5] Juergen Maasz, John O'Donoghue, Real-world problems for secondary school mathematics students. Sense Publishers, 2008.
- [6] Jonathan Borwein, Keith Devlin, Experimentelle Mathematik. Spektrum Akademischer Verlag, 2009.
- [7] Chan Chun Ming Eric, Mathematical modeling as problem solving for children in the Singapore mathematics classrooms. Journal of Science and Mathematics Education in Southeast Asia, vol.32 (01) (2009) 36.
- [8] Trần Trung, Đặng Xuân Cương, Nguyễn Văn Hồng, Nguyễn Danh Nam, Ứng dụng công nghệ thông tin vào dạy học môn toán ở trường phổ thông, NXB Giáo dục Việt Nam, 2011.
- [9] Kai Velten, Mathematical modeling and simulation. WILEY-VCH Verlag GmbH & Co. KGaA, 2009.

## Modeling Process in Teaching and Learning Mathematics

Nguyễn Danh Nam

*Thái Nguyên University of Education  
No.20, Lương Ngọc Quyến Street, Thái Nguyên City, Vietnam*

**Abstract:** The paper presents the process of applying modeling to teaching and learning mathematics at secondary schools. Through modeling activities, students achieve a deeper understanding of problems which represent the relationship between mathematics and real-world situations. As a result, modeling activity motivates students to use mathematical knowledge in textbooks to solve real-life problems. The findings of the research show the feasibility of organizing modeling tasks in teaching mathematics which is aimed to develop student's ability of using mathematical language and problem-solving skills.

*Keywords:* Model, Modeling, Mathematization, Real-life problem.